Μάθημα: Ρομποτικός Έλεγχος

Αυτόματος Έλεγχος Ρομπότ – 1

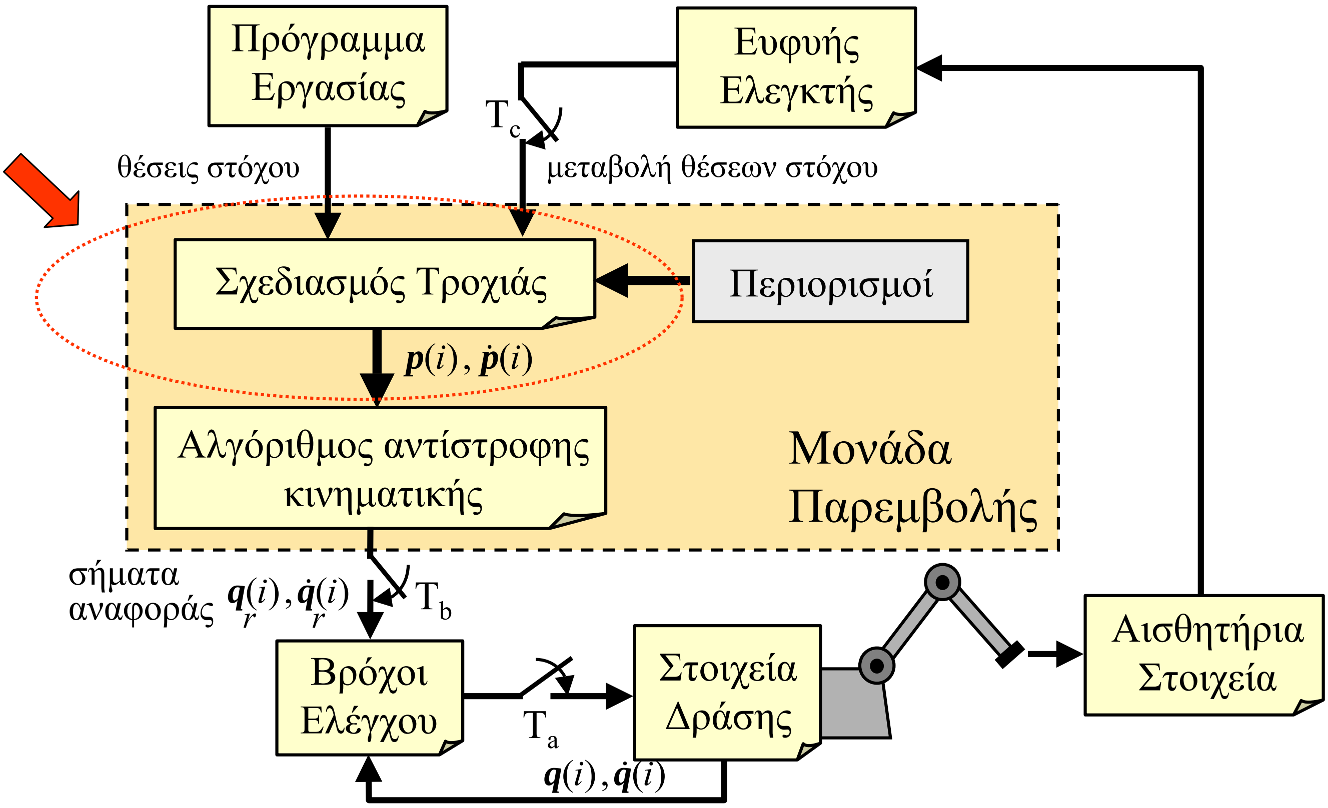
Κων/νος Τζαφέστας

Τομέας Σημάτων, Ελέγχου & Ρομποτικής
Σχολή Ηλεκτρ. Μηχ/κών & Μηχ/κών Υπολ., Ε.Μ.Π.

Τηλ.: (210) 772-3687 (Κτήριο Ηλεκτρ., Γραφείο 21.11)
E-mail: ktzaf@cs.ntua.gr
Web: http://www.softlab.ntua.gr/~ktzaf/

Σχεδιασμός Τροχιάς Ρομποτικών Χειριστών

Ιεραρχική Δομή Ρομποτικών Συστημάτων Ελέγχου



Σχεδιασμός Τροχιάς: Βασικές Έννοιες (1)

Δρόμος (path): *Καμπύλη* που διαγράφει το ρομπότ στο χώρο, η οποία ενώνει δύο (ή περισσότερες) ενδιάμεσες θέσεις (*σημεία διέλευσης*)

Τροχιά (trajectory): *Χρονική ακολουθία* ενδιάμεσων *θέσεων* (στο Καρτεσιανό χώρο) ή *διατάξεων* (στο χώρο των αρθρώσεων)

→ Τροχιά: ιστορικό θέσεων ή διατάξεων (ήτοι, χρονική συνάρτηση)

Ο *αλγόριθμος σχεδιασμού τροχιάς* κατασκευάζει *συναρτήσεις του χρόνου* για την εξέλιξη των μεταβλητών θέσης (ή διάταξης) του ρομπότ, οδηγώντας σε μια συνεχή (ομαλή) καμπύλη μεταξύ των ακραίων σημείων (αρχή – στόχος), *παρεμβάλλοντας* ουσιαστικά *ενδιάμεσες θέσεις* (*αλγόριθμοι παρεμβολής*)

→ Οι θέσεις αυτές στέλνονται στον *αλγόριθμο αντίστροφης κινηματικής*, ο οποίος (σε κάθε δειγματοληπτικό διάστημα T_b secs) δίνει τις *εντολές κίνησης* στους τοπικούς βρόχους ελέγχου των αρθρώσεων

Εντολή θέσης $\boldsymbol{p}(i)$, Εντολή ταχύτητας $\dot{\boldsymbol{p}}(i)$ ⇒ *εντολές κίνησης αρθρώσεων.*
Τα $\boldsymbol{p}(i)$ και $\dot{\boldsymbol{p}}(i)$ ικανοποιούν *περιορισμούς χωρικής ταχύτητας και επιτάχυνσης*

Σχεδιασμός Τροχιάς: Βασικές Έννοιες (2)

➔ *<u>Χωρικοί Περιορισμοί της Τροχιάς (spatial constraints)</u>*:
• Εκτέλεση Εργασίας στο Χώρο του Τελικού Εργαλείου Δράσης
• Αποφυγή Εμποδίων, Αποφυγή Ιδιόμορφων Διατάξεων κλπ.
➔ *<u>Χρονικές Ιδιότητες της Τροχιάς (temporal attributes)</u>*:
• Χρονική Διάρκεια απαιτούμενη για την εκτέλεση της εργασίας (χρονικές στιγμές διέλευσης από ενδιάμεσα σημεία – via points)
• Περιορισμοί Ταχύτητας και Επιτάχυνσης στις αρθρώσεις

<u>Τροχιά:</u> Χρονική Συνάρτηση *Συνεχής* και «*Ομαλή*» ➔ Επιθυμητή Χρονική Συνέχεια ως προς την *Ταχύτητα* και ίσως και ως προς την *Επιτάχυνση* (για καλύτερο, εν συνεχεία, έλεγχο του ρομποτικού συστήματος)

<u>Σχεδιασμός Τροχιάς:</u> (α) στο *Χώρο Εργασίας*, ή (β) στο *Χώρο Αρθρώσεων*
Το (α) πλεονεκτεί → τροχιά γενική, ανεξάρτητη ρομποτικού χειριστή, αλλά απαιτεί αντιστροφή κινηματικής για τον έλεγχο του ρομπότ

Σχεδιασμός Τροχιάς: Βασικές Σχέσεις

Αρχική θέση → <u>φάση επιτάχυνσης</u> (γ) → <u>σταθερή ταχύτητα</u> (dp/dt) → ...
... → <u>φάση επιβράδυνσης</u> → τελικό σημείο-στόχος

Απαιτούμενη μεταβολή θέσης σε κάθε χρονική στιγμή $t = i \cdot T_b$

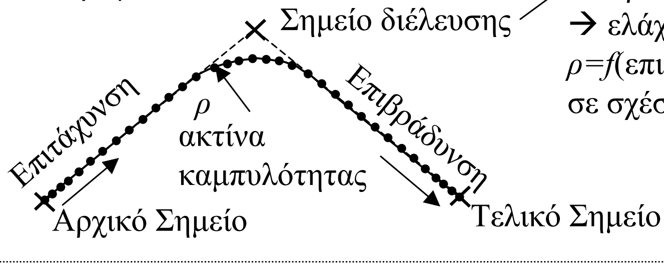
$$\Delta p(i) = \dot{p}(i) T_b \quad \text{(φάση σταθερής ταχύτητας)}$$

ή

$$\Delta p(i) = \Delta p(i-1) + \gamma \cdot T_b^2$$ (όπου γ *επιθυμητή επιτάχυνση* κατά μήκος του δρόμου)

Εντολή θέσης ← συσσώρευση απαιτούμενων μεταβολών θέσης: $p(i) = p(i-1) + \Delta p(i)$
Εντολή ταχύτητας: $\dot{p}(i) = \dot{p}(i-1) \quad [+\gamma \cdot T_b]$ *(αριθμητική ολοκλήρωση)*

Για καμπύλο δρόμο:



Επιτρεπόμενη επιτάχυνση →
→ ελάχιστη ακτίνα καμπυλότητας
$\rho = f$(επιτρεπόμενη φυγόκεντρη επιτάχυνση σε σχέση με το μέτρο της ταχύτητας)

Βασικοί αλγόριθμοι παρεμβολής

Τα διανύσματα $p(i)$ (*τρέχουσα εντολή θέσης*) ή $\Delta p(i)$ (*απαιτούμενη μεταβολή θέσης*), τα οποία υπολογίζονται από τον *αλγόριθμο σχεδιασμού τροχιάς*, τροφοδοτούν τον *αλγόριθμο αντίστροφης κινηματικής*

Απόλυτοι αλγόριθμοι παρεμβολής: $\boldsymbol{p}(i) \rightarrow \boldsymbol{q}(i)$

(αντίστροφο γεωμετρικό μοντέλο)

Αυξητικοί αλγόριθμοι παρεμβολής: $\dot{\boldsymbol{p}}(i) \rightarrow \dot{\boldsymbol{q}}(i)$

(αντίστροφο διαφορικό κινηματικό μοντέλο)

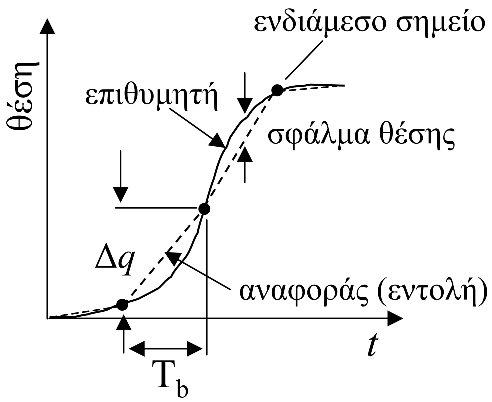
$$\Rightarrow \boldsymbol{q}(i) = \boldsymbol{q}(i-1) + \dot{\boldsymbol{q}}(i) \cdot T_b$$

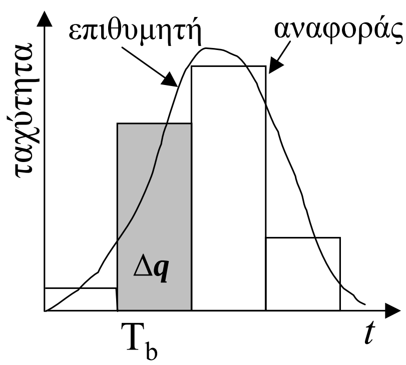
Απόλυτος αλγόριθμος παρεμβολής

Σε κάθε βήμα δειγματοληψίας i υπολογίζεται μια νέα *διάταξη αναφοράς* $\boldsymbol{q}(i)$ (απ'ευθείας από το $\boldsymbol{p}(i)$ μέσω *αντίστροφου γεωμετρικού μοντέλου*), η οποία στέλνεται ως *εντολή* στους βρόχους ελέγχου

Ταχύτητα αναφοράς: $\dot{q}(i) = \dfrac{\Delta q(i)}{T_b} = \dfrac{(q(i) - q(i-1))}{T_b}$

Σφάλμα θέσης = 0 σε όλα τα ενδιάμεσα σημεία



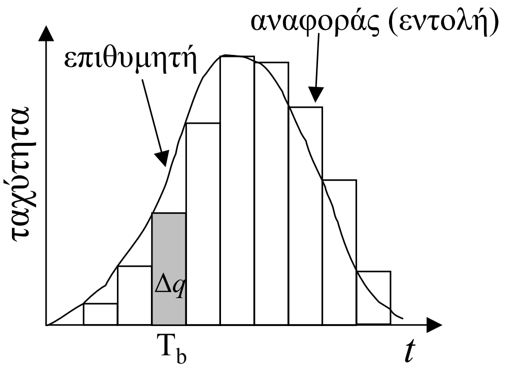


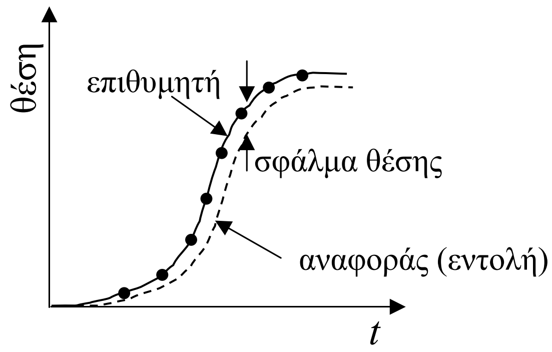
Αυξητικός αλγόριθμος παρεμβολής (1)

Σε κάθε βήμα δειγματοληψίας i η ταχύτητα $\dot{\boldsymbol{p}}(i)$ μετασχηματίζεται σε *ταχύτητα αναφοράς* $\dot{\boldsymbol{q}}(i)$, η οποία θεωρείται σταθερή σε κάθε βήμα

Θέση αναφοράς (εντολή): $q(i) = \sum_{k=1}^{i} \dot{q}(k) T_b$ (υπολογισμός μέσω ψηφιακής ολοκλήρωσης)

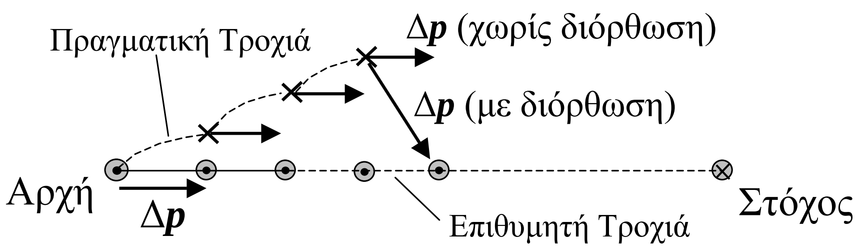
→ *Συσσωρευτικά (αθροιστικά) σφάλματα θέσης* (επιθυμητή – αναφοράς)

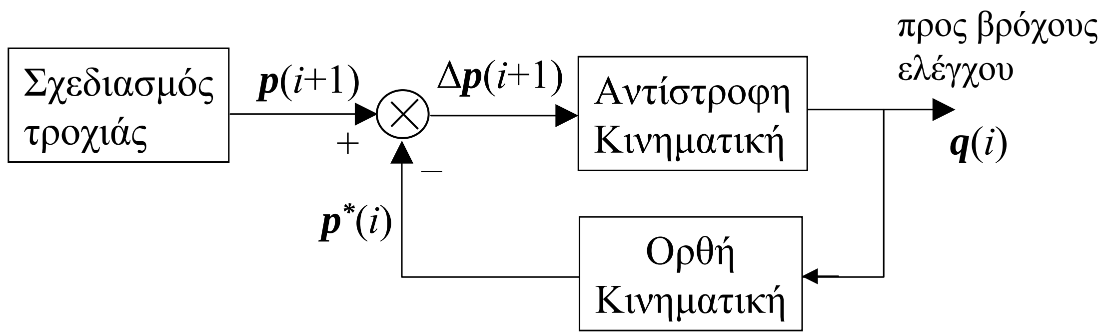




Αυξητικός αλγόριθμος παρεμβολής (2)

Σφάλματα παρακολούθησης τροχιάς στους αυξητικούς αλγορίθμους παρεμβολής

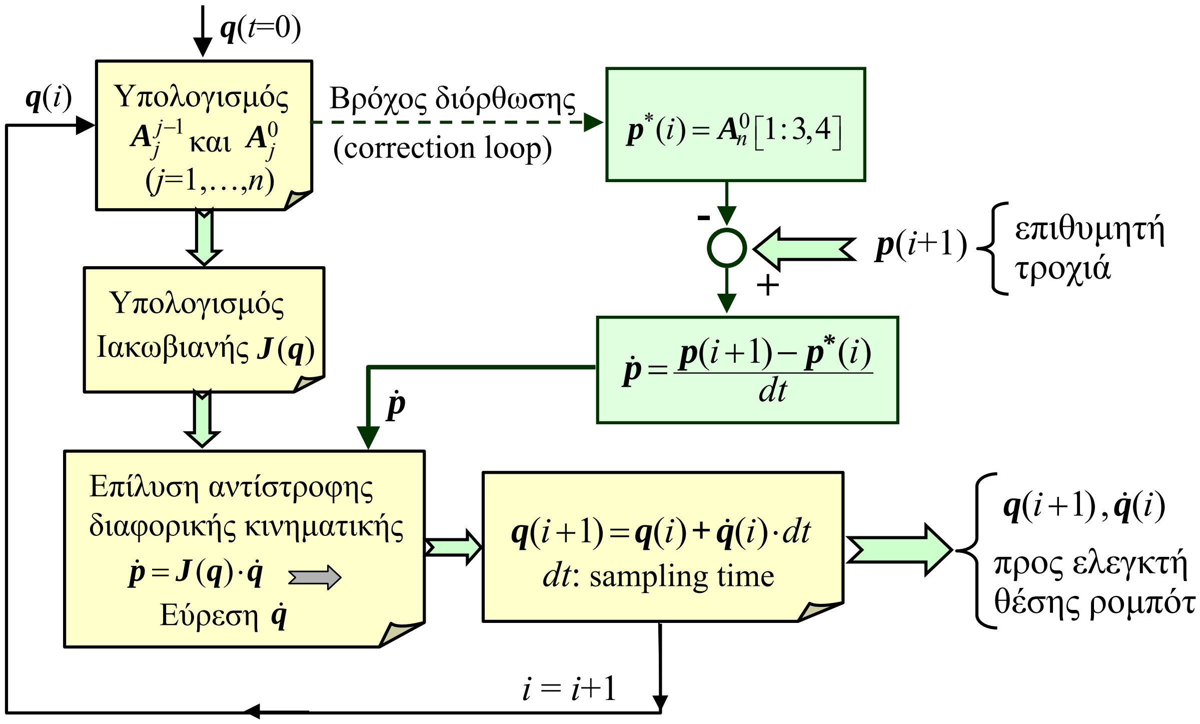




Βρόχος Διόρθωσης του συσσωρευτικού σφάλματος θέσης

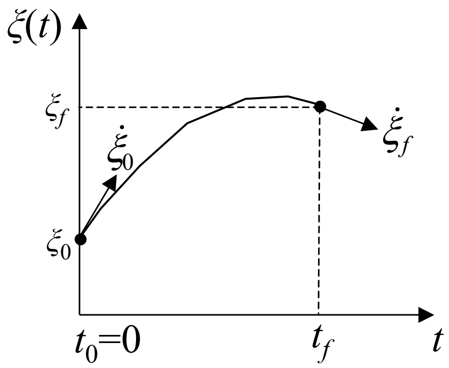
Έλεγχος επιλυμένης ταχύτητας

(Resolved motion rate control)



Σχεδιασμός τροχιάς μέσω πολυωνυμικών συναρτήσεων παρεμβολής (1a)

Έστω ξ μια μεταβλητή q_i (στο χώρο των αρθρώσεων)
ή p_i (στο χώρο του τελικού στοιχείου δράσης)



Αρχικές / Τελικές Συνθήκες
(boundary conditions) για τροχιά συνεχή,
με συνεχή 1η παράγωγο (ταχύτητα)

$\xi(0) = \xi_0 \qquad \xi(t_f) = \xi_f$

$\dot{\xi}(0) = \dot{\xi}_0 \qquad \dot{\xi}(t_f) = \dot{\xi}_f$

Πολυωνυμική Συνάρτηση Παρεμβολής:
(3ου βαθμού, 4 παράμετροι)
(cubic polynomials)

$$\xi(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} a_0 = \xi_0 & a_2 = \ldots \\ a_1 = \dot{\xi}_0 & a_3 = \ldots \end{array} \right\}$$

Σχεδιασμός τροχιάς μέσω πολυωνυμικών συναρτήσεων παρεμβολής (1b)

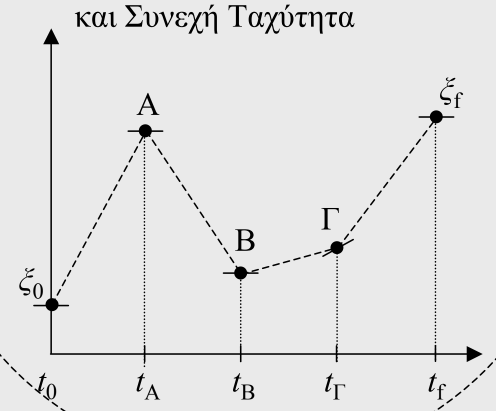
Πολυωνυμική Συνάρτηση Παρεμβολής (3ου βαθμού, 4 παράμετροι)
(cubic polynomials) (συνέχεια)

$$\xi(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} a_0 = \xi_0, & \xi_f = a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3, \\ a_1 = \dot{\xi}_0, & \dot{\xi}_f = a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 \end{array} \right\}$$

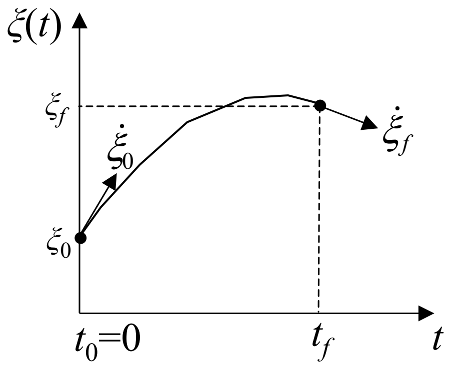
$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_0 = \xi_0, \\ a_1 = \dot{\xi}_0, \\ a_2 = \dfrac{3}{t_f^2}(\xi_f - \xi_0) - \dfrac{2}{t_f}\dot{\xi}_0 - \dfrac{1}{t_f}\dot{\xi}_f, \\ a_3 = -\dfrac{2}{t_f^3}(\xi_f - \xi_0) + \dfrac{1}{t_f^2}(\dot{\xi}_0 + \dot{\xi}_f) \end{array} \right\}$$

ΕΠΕΚΤΑΣΗ ➔
Κυβικές Τροχιές Παρεμβολής με Ενδιάμεσα Σημεία (via points) και Συνεχή Ταχύτητα



Σχεδιασμός τροχιάς μέσω πολυωνυμικών συναρτήσεων παρεμβολής (2)

Έστω ξ μια μεταβλητή q_i (στο χώρο των αρθρώσεων)
ή p_i (στο χώρο του τελικού στοιχείου δράσης)



Αρχικές / Τελικές Συνθήκες
(boundary conditions)

$\xi(0) = \xi_0$	$\xi(t_f) = \xi_f$
$\dot{\xi}(0) = \dot{\xi}_0$	$\dot{\xi}(t_f) = \dot{\xi}_f$
$\ddot{\xi}(0) = \ddot{\xi}_0$	$\ddot{\xi}(t_f) = \ddot{\xi}_f$

Πολυωνυμική Συνάρτηση Παρεμβολής:
(5ου βαθμού, 6 παράμετροι)

$$\xi(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots + a_5 t^5$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} a_0 = \xi_0 & a_3 = \ldots \\ a_1 = \dot{\xi}_0 & a_4 = \ldots \\ a_2 = \ddot{\xi}_0 / 2 & a_5 = \ldots \end{array} \right\}$$

Ειδική περίπτωση, όταν ισχύουν οι συνθήκες:

$$\ddot{\xi}_0 = \ddot{\xi}_f = 0, \quad \frac{(\xi_f - \xi_0)}{t_f} = \frac{(\dot{\xi}_0 + \dot{\xi}_f)}{2}$$

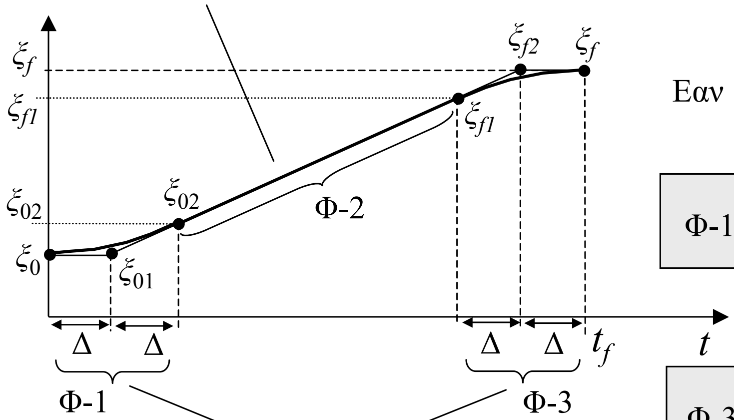
$\Rightarrow a_5$=0 (➔ πολυώνυμο 4ου βαθμού)

Σχεδιασμός τροχιάς μέσω πολυωνυμικών συναρτήσεων παρεμβολής (3)

<u>Τροχιές τριών φάσεων</u> (επιτάχυνση, σταθερή ταχύτητα, επιβράδυνση), με πολυώνυμα παρεμβολής 4ου βαθμού (και συνέχεια ως προς την επιτάχυνση)

<u>Ειδική Περίπτωση</u>: Αρχική και Τελική Θέση «εν στάσει»

$\dot{\xi} = (\xi_f - \xi_0)/(t_f - 2\Delta)$ στην ευθεία που ενώνει τα $\xi_{01}=\xi_0$ και $\xi_{f2}=\xi_f$



Πολυώνυμα παρεμβολής 4ου βαθμού

Εαν $\dfrac{(\xi_f - \xi_0)}{t_f} = \dfrac{(\dot{\xi}_0 + \dot{\xi}_f)}{2} \Rightarrow$ 4ου βαθμού

Φ-1: $\dfrac{(\xi_{02} - \xi_0)}{2\Delta} = \dfrac{0 + \dot{\xi}}{2} \Leftrightarrow \dot{\xi} = \dfrac{(\xi_{02} - \xi_0)}{\Delta}$

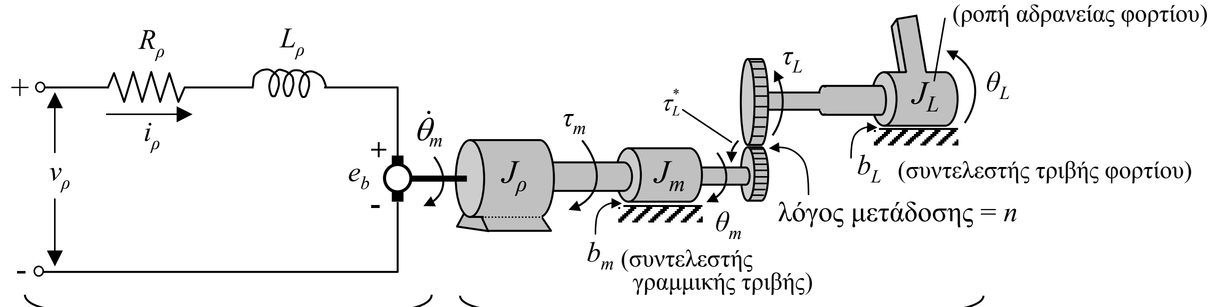
Ισχύουν!

Φ-3: $\dfrac{(\xi_f - \xi_{f1})}{2\Delta} = \dfrac{\dot{\xi} + 0}{2} \Leftrightarrow \dot{\xi} = \dfrac{(\xi_f - \xi_{f1})}{\Delta}$

Γραμμικός Έλεγχος Απλής Ρομποτικής Άρθρωσης

Συνάρτηση μεταφοράς απλής ρομποτικής άρθρωσης (1)

Κινητήρας συνεχούς ρεύματος (DC): υψηλός λόγος ροπής-ισχύος, γραμμική χαρακτηριστική (ροπής-ταχύτητας) και μικρές σταθερές χρόνου



Ισοδύναμο Ηλεκτρικό Κύκλωμα Οδήγησης Κινητήρα DC

Μηχανικό Σύστημα Κινητήρα DC (μετάδοση κίνησης με οδοντωτούς τροχούς, gears)

Ισχύει: $r_m \theta_m = r_L \theta_L$ ή $N_m \theta_m = N_L \theta_L$

όπου r_m, r_L ακτίνες τροχών και N_m, N_L: αριθμοί οδόντων

Λόγος μετάδοσης: $n = \dfrac{r_m}{r_L} = \dfrac{N_m}{N_L} < 1$ (μειωτήρας)

$$\boxed{\theta_L = n \cdot \theta_m} \quad (1)$$

$$\dot{\theta}_L = n \cdot \dot{\theta}_m \qquad \ddot{\theta}_L = n \cdot \ddot{\theta}_m$$

Συνάρτηση μεταφοράς απλής ρομποτικής άρθρωσης (2)

- Μηχανικό Σύστημα Κινητήρα

άξονας κινητήρα

$$\boxed{J_m \cdot \ddot{\theta}_m(t) = \tau_m(t) - b_m \dot{\theta}_m(t) - \tau_L^*(t)} \quad (2)$$

τ_m: ροπή που αναπτύσσει ο κινητήρας

τ_L^*: ροπή από το φορτίο (ανηγμένο στον άξονα του κινητήρα)

Ισχύει (διατήρηση ενέργειας): $\tau_L^* \cdot \theta_m = \tau_L \cdot \theta_L \;\Rightarrow\; \tau_L^* = \tau_L \cdot \dfrac{\theta_L}{\theta_m} \overset{(1)}{=} n \cdot \tau_L$ (3)

$$(2) \wedge (3) \Rightarrow \boxed{\tau_m(t) = J_m \cdot \ddot{\theta}_m(t) + b_m \dot{\theta}_m(t) + n \cdot \tau_L(t)} \quad (4)$$

άξονας φορτίου

$$J_L \cdot \ddot{\theta}_L(t) = \tau_L(t) - b_L \dot{\theta}_L(t) \;\Rightarrow\; \tau_L(t) = J_L \cdot \ddot{\theta}_L(t) + b_L \dot{\theta}_L(t) \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\boxed{\tau_L(t) = n J_L \cdot \ddot{\theta}_m(t) + n b_L \dot{\theta}_m(t)} \quad (5)$$

$$(4) \wedge (5) \Rightarrow \boxed{\tau_m(t) = \underbrace{\left(J_m + n^2 J_L\right)}_{J_{\varepsilon\nu}} \cdot \ddot{\theta}_m(t) + \underbrace{\left(b_m + n^2 b_L\right)}_{b_{\varepsilon\nu}} \dot{\theta}_m(t)} \quad (6) \Rightarrow \boxed{\frac{\theta_m(s)}{\tau_m(s)} = \frac{1}{s \cdot (J_{\varepsilon\nu} \cdot s + b_{\varepsilon\nu})}} \quad (\Sigma\text{-}1)$$

μηχανική σταθερά χρόνου

Συνάρτηση μεταφοράς απλής ρομποτικής άρθρωσης (3)

- Ηλεκτρικό Σύστημα Οδήγησης του DC Κινητήρα

$$\tau_m = K_T \cdot i_\rho$$

όπου K_T: σταθερά ροπής κινητήρα (N.m/A)
i_ρ: ένταση ρεύματος ρότορα

και

$$v_\rho = R_\rho \cdot i_\rho + L_\rho \cdot \frac{di_\rho}{dt} + e_b$$

όπου R_ρ: ηλεκτρική αντίσταση κυκλώματος ρότορα
L_ρ: αυτεπαγωγή ρότορα
e_b: αντιηλεκτρεγερτική δύναμη του κινητήρα $\quad e_b = K_b \cdot \dot{\theta}_m$
K_b: σταθερά αναλογίας αντιηλεκτρικής δύναμης

Άρα, μετασχηματίζοντας κατά Laplace:

$$v_\rho = (R_\rho + L_\rho s) \cdot i_\rho + K_b s \cdot \theta_m \quad \Leftrightarrow \quad i_\rho = \frac{v_\rho - K_b s \cdot \theta_m}{(L_\rho s + R_\rho)}$$

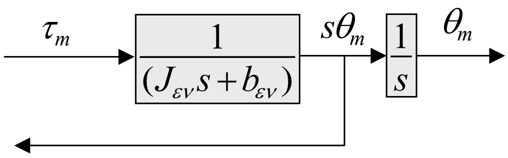
και

$$\boxed{\tau_m = K_T \cdot i_\rho = K_T \cdot \left[\frac{v_\rho - K_b s \cdot \theta_m}{(L_\rho s + R_\rho)} \right]}$$

ηλεκτρική σταθερά χρόνου (Σ-2)

Συνάρτηση μεταφοράς απλής ρομποτικής άρθρωσης (4)

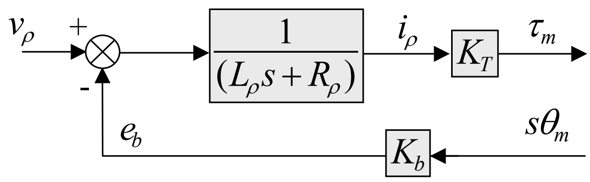
- Μηχανικό Υποσύστημα



μηχανική σταθερά χρόνου (Σ-1)

$$\frac{\theta_m(s)}{\tau_m(s)} = \frac{1}{s \cdot (J_{\varepsilon\nu} \cdot s + b_{\varepsilon\nu})}$$

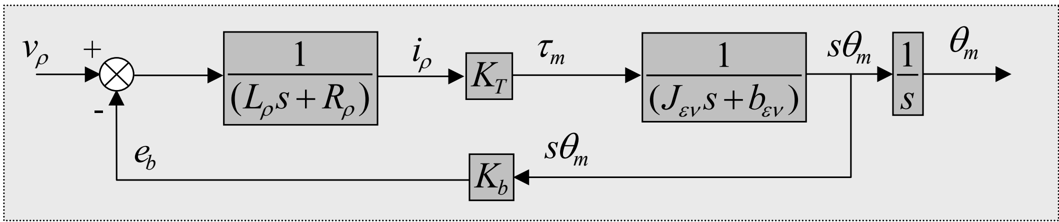
- Ηλεκτρικό Υποσύστημα



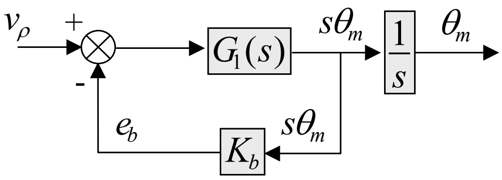
ηλεκτρική σταθερά χρόνου (Σ-2)

$$\tau_m = K_T \cdot i_\rho = K_T \cdot \left[\frac{v_\rho - K_b s \cdot \theta_m}{(L_\rho s + R_\rho)} \right]$$

Συνάρτηση μεταφοράς απλής ρομποτικής άρθρωσης (5)



$$\theta_m(s) = \frac{1}{s\cdot(J_{\varepsilon\nu}\cdot s + b_{\varepsilon\nu})} K_T \cdot \left[\frac{v_\rho - K_b s\cdot\theta_m}{(L_\rho s + R_\rho)}\right] \quad \Rightarrow ...$$



όπου: $G_1(s) = \dfrac{K_T}{(L_\rho s + R_\rho)(J_{\varepsilon\nu} s + b_{\varepsilon\nu})}$

Ισχύει: $\dfrac{s\theta_m(s)}{v_\rho(s)} = \dfrac{G_1(s)}{1 + K_b G_1(s)}$

Άρα: $\dfrac{s\theta_m(s)}{v_\rho(s)} = \dfrac{K_T}{(L_\rho s + R_\rho)(J_{\varepsilon\nu} s + b_{\varepsilon\nu}) + K_b K_T}$

$$\Rightarrow \quad G_m(s) = \frac{\theta_m(s)}{v_\rho(s)} = \frac{K_T}{s\left[(L_\rho J_{\varepsilon\nu})s^2 + (R_\rho J_{\varepsilon\nu} + L_\rho b_{\varepsilon\nu})s + (R_\rho b_{\varepsilon\nu} + K_b K_T)\right]}$$

Συνάρτηση μεταφοράς απλής ρομποτικής άρθρωσης (6)

Απλοποίηση μοντέλου: αγνοούμε την επίδραση της αυτεπαγωγής L_ρ του ρότορα ($L_\rho \approx 0$)
Δηλαδή: Θεωρούμε την *ηλεκτρική σταθερά χρόνου* ($T_e = L_\rho / R_\rho$) του κινητήρα πολύ μικρή σε σχέση με τη *μηχανική σταθερά χρόνου* ($T_e = J_{\varepsilon\nu} / b_{\varepsilon\nu}$)

$$\Rightarrow \quad G_m(s) = \frac{\theta_m(s)}{v_\rho(s)} = \frac{K_T}{s[(R_\rho J_{\varepsilon\nu})s + (R_\rho b_{\varepsilon\nu} + K_b K_T)]}$$

ή, ισοδύναμα:

$$G_m(s) = \frac{\theta_m(s)}{v_\rho(s)} = \frac{K_m}{s[T_m s + 1]}$$

: Συνάρτηση Μεταφοράς (ανοικτού βρόχου) απλής άρθρωσης

όπου:

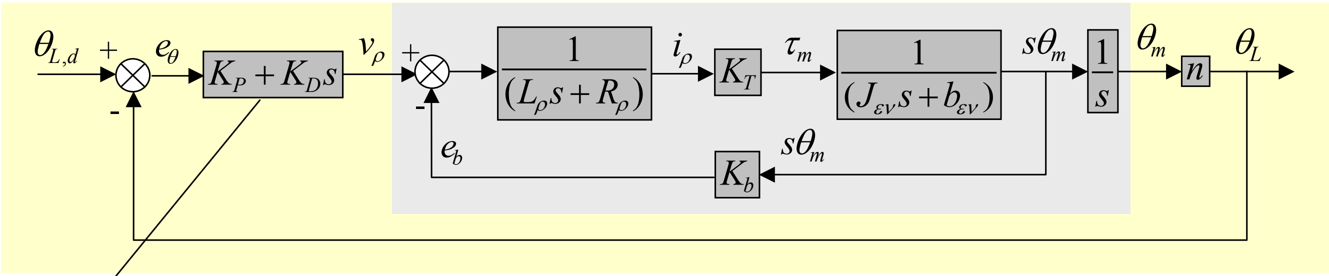
$$K_m = \frac{K_T}{(R_\rho b_{\varepsilon\nu} + K_b K_T)}$$

: σταθερά ενίσχυσης του κινητήρα

$$T_m = \frac{R_\rho J_{\varepsilon\nu}}{(R_\rho b_{\varepsilon\nu} + K_b K_T)}$$

: σταθερά χρόνου του κινητήρα

Βασικός βρόχος ελέγχου θέσης απλής ρομποτικής άρθρωσης (1)



Ελεγκτής θέσης PD (proportional-derivative): $\boxed{v_\rho(s) = (K_P + K_D s)\cdot e_\theta(s)}$

Αντιστάθμιση δύο όρων: θέσης και ταχύτητας (δύο όροι : ανάλογος και παραγώγου)

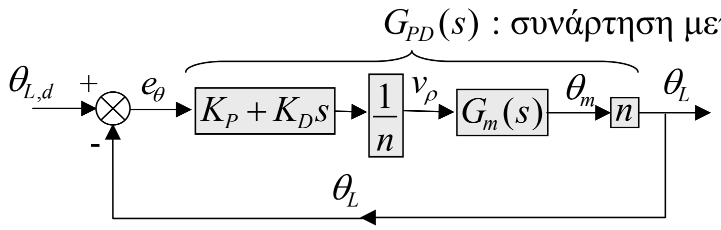
Δηλαδή, ελεγκτής θέσης PD: $\boxed{u(t) = v_\rho(t) = K_P e_\theta(t) + K_D \cdot \dot{e}_\theta(t)}$

όπου: (σήμα ελέγχου, οδήγησης του κινητήρα της άρθρωσης)

e_θ : σφάλμα θέσης άρθρωσης $e_\theta = \theta_{L,d} - \theta_L$ (επιθυμητή θέση – τρέχουσα θέση)

$\theta_{L,d}$: επιθυμητή (desired, reference) θέση άρθρωσης

Βασικός βρόχος ελέγχου θέσης απλής ρομποτικής άρθρωσης (2)



Συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου: $G_{PD}(s) = (K_P + K_D s)\cdot G_m(s)$

όπου: $$G_m(s) = \frac{\theta_m(s)}{v_\rho(s)} = \frac{K_T}{s\left[(L_\rho J_{\varepsilon\nu})s^2 + (R_\rho J_{\varepsilon\nu} + L_\rho b_{\varepsilon\nu})s + (R_\rho b_{\varepsilon\nu} + K_b K_T)\right]}$$

ή ($L_\rho \approx 0$): $$G_m(s) = \frac{\theta_m(s)}{v_\rho(s)} = \frac{K_T}{s[(R_\rho J_{\varepsilon\nu})s + (R_\rho b_{\varepsilon\nu} + K_b K_T)]}$$

Συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου: $$H_{PD}(s) = \frac{G_{PD}(s)}{1 + G_{PD}(s)}$$

Όταν $L_\rho \approx 0$: $$\boxed{H_{PD}(s) = \frac{K_T\cdot(K_P + K_D s)}{s[(R_\rho J_{\varepsilon\nu})s + (R_\rho b_{\varepsilon\nu} + K_b K_T)] + K_T\cdot(K_P + K_D s)}}$$

Βασικός βρόχος ελέγχου θέσης απλής ρομποτικής άρθρωσης (3)

Συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου μεμονωμένης ρομποτικής άρθρωσης με αντισταθμιστή θέσης PD

$$H_{PD}(s) = \frac{K_T \cdot (K_P + K_D s)}{(R_\rho J_{\varepsilon\nu})s^2 + (R_\rho b_{\varepsilon\nu} + K_T K_b + \underbrace{K_T K_D}_{})s + \underbrace{K_T K_P}_{}}$$

ανάδραση ταχύτητας (derivative term) ανάδραση θέσης (proportional term)

Επιλογή ενισχύσεων ελέγχου θέσης και ταχύτητας

Δευτεροβάθμιο Σύστημα: $\chi.\pi. = s^2 + (2\zeta\omega_n)s + (\omega_n)^2$

ζ: συντελεστής απόσβεσης

ω_n: ιδιοσυχνότητα ταλαντώσεων (χωρίς απόσβεση) – εύρος ζώνης

$$(\omega_n)^2 = \frac{K_T K_P}{R_\rho J_{\varepsilon\nu}}$$

$$\zeta = \frac{(R_\rho b_{\varepsilon\nu} + K_T K_b + K_T K_D)}{2\sqrt{(K_T K_P)(R_\rho J_{\varepsilon\nu})}}$$

Βασικός βρόχος ελέγχου θέσης απλής ρομποτικής άρθρωσης (4)

Προδιαγραφές Σχεδίασης Αντισταθμιστή PD Ελέγχου Απλής Ρομποτικής Άρθρωσης

- $\omega_n < \frac{\omega_r}{2}$ (ω_r: δομική συχνότητα συντονισμού συστήματος)

$$\Rightarrow (\omega_n)^2 = \frac{K_T K_P}{R_\rho J_{\varepsilon\nu}} < \left(\frac{\omega_r}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \boxed{K_P < \left(\frac{\omega_r}{2}\right)^2 \cdot \frac{(R_\rho J_{\varepsilon\nu})}{K_T}}$$

Ενίσχυση ανάλογου όρου (proportional gain)

- $\zeta \geq 1$ (κρίσιμη ή υπερκρίσιμη απόσβεση)

$$\zeta = \frac{(R_\rho b_{\varepsilon\nu} + K_T K_b + K_T K_D)}{2\sqrt{(K_T K_P)(R_\rho J_{\varepsilon\nu})}} \geq 1 \Leftrightarrow \boxed{K_D \geq \frac{2\sqrt{(K_T K_P)(R_\rho J_{\varepsilon\nu})} - R_\rho b_{\varepsilon\nu} - K_T K_b}{K_T}}$$